

OLIMPIADA DE MATEMATICA

Etapa locală- GIURGIU - 11 februarie 2023

Soluții

Soluție Ex. 1)

$$n = 2023^2 \quad (2p)$$

$$\frac{x}{2023} \cdot 2023^2 = 51 \cdot 119 \quad (2p)$$

$$x \cdot 2023 = 51 \cdot 119 \quad (1p)$$

$$x \cdot 2023 = 6069 \quad (1p)$$

$$x = 3 \quad (1p)$$

Soluție Ex. 2)

$$\text{Din } 7(x + 4z) = 5z \text{ rezultă } 7|(5y). \text{ Dar } (5, 7) = 1, \text{ deci } 7|y. \quad (1p)$$

$$\text{Avem } 5(y - 7z) = 7(x - z), \text{ de unde } 5|[7(x - z)]. \text{ Dar } (5, 7) = 1, \text{ deci } 5|(x - z). \quad (1p)$$

$$\text{Din cele două relații rezultă că } y(x - z) \cdot 35. \quad (1p)$$

$$\text{b) Deoarece, pe baza ipotezei, } x - z < 35, \text{ trebuie ca } 5|y \text{ sau } 7|y. \text{ Cum } y \text{ este prim, rezultă } y \in \{5, 7\} \quad (1p)$$

$$\text{Dacă } y = 5, \text{ atunci } 7|(x - z), \text{ de unde } (x - z) \in \{7, 14\}. \text{ Obținem soluțiile } (17, 5, 3) \text{ și } (19, 5, 5).$$

$$\text{Dacă } y = 7, \text{ atunci } 5|(x - z), \text{ de unde } (x - z) \in \{5, 10, 15\}.$$

$$\text{Obținem soluțiile } (7, 7, 2), (17, 7, 7) \text{ și } (17, 7, 2). \quad (3p)-$$

Soluție Ex. 3)

$$\text{Desen corect} \quad 1p$$

$$AM=MB=x, BN=NC=y, CP=PD=z$$

$$MN=x+y$$

$$NP=y+z$$

$$AB+CD= 2x+2z$$

$$x=5, y=4, z=3$$

$$AB=10, BC=8, CD=6$$

Soluție Ex. 4)

Măsurile unghiurilor sunt de forma 5^n cu „n” nr. natural. (1p)

Cum $5^4 > 360^\circ \rightarrow n \leq 3$. Pt a avea cât mai puține unghiuri, măsurile lor trebuie să fie cât mai mari. (2p)

$5^3 = 125$, $3 \cdot 5^3 > 360^\circ$, $2 \cdot 5^3 < 360^\circ$, deci avem 2 unghiuri cu masura de 5^3 grade. (2p)

Constatăm că putem alege 4 unghiuri cu măsura de 5^2 grade și 2 unghiuri cu măsura de 5^1 grade. (1p)

Deci, $360^\circ = 2 \cdot (5^3)^\circ + 4 \cdot (5^2)^\circ + 2 \cdot (5^1)^\circ$, deci sunt minim 8 unghiuri. (1p)